

**Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный аграрный университет
имени Н. И. Вавилова»**

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

**Методические указания и задания
для выполнения типового расчета
по курсу «Математика»**

Направление подготовки
**35.03.07 Технология производства и
переработки сельскохозяйственной продукции**

Профиль подготовки
Технологии пищевых производств в АПК

Саратов 2018

Дифференциальные уравнения: метод. указания и задания для выполнения типового расчета по курсу «Математика» для направления подготовки 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции, / сост. Т.В.Кириллова //ФГБОУ ВПО «Саратовский ГАУ».- Саратов, 2018.-

Методические указания и задания для выполнения типового расчета по дисциплине «Математика» составлены в соответствии с программой и предназначены для студентов направления подготовки 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции. Они содержат рекомендации, примеры и задания к выполнению типового расчета. Позволяют студентам освоить основные математические методы, необходимые для анализа процессов и явлений в ходе поиска оптимальных решений практических задач, обучает методам обработки и анализа результатов эксперимента. Курс нацелен на формирование ключевых компетенций, необходимых для эффективного решения профессиональных задач и организации профессиональной деятельности.

Содержание

1. Общие методические указания.....	4
2. Пример выполнения задания.....	4
3. Варианты заданий.....	8
4. Критерии оценки типового расчета	12
5. Литература	12

1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К выполнению типового расчета следует приступать после изучения темы "Дифференциальные уравнения". Следует внимательно разобрать решение тех задач, которые приводятся в данном пособии. При этом следует руководствоваться следующими указаниями.

1. Типовой расчет выполняется студентом самостоятельно и сдается на проверку в установленный преподавателем срок.
2. Студент выполняет тот вариант, который соответствует его списочному номеру в журнале.
3. Работу следует выполнять на листах формата А, на первом листе должны быть указаны специальность, номер группы, фамилия и инициалы студента, и вариант.
4. Решения всех задач должны быть подробными, т.е. все вычисления необходимо делать полностью. Графики должны быть выполнены аккуратно и четко с указанием единиц масштаба, координатных осей и других элементов графика. Объяснения к задачам должны соответствовать тем обозначениям, которые даны на графике. Для замечаний преподавателя на каждой странице необходимо оставлять поля шириной 3 – 4 см.
5. После проверки работы преподавателем, студент должен сделать работу над ошибками и предоставить работу на повторную проверку.
6. Студент должен защитить работу по указанной теме, т.е. дать устные пояснения ко всем или некоторым задачам с указанием формул, теорем, выводов, которые используются при решении задач. Студент допускается к защите типового расчета, если после очередной проверки, у преподавателя нет замечаний по его выполнению.
7. Типовой расчет считается выполненным только после правильного его решения и защиты.
8. Если в процессе изучения материала или при решении той или иной задачи у студента возникают вопросы, на которые он не может ответить самостоятельно, то он может обратиться к преподавателю для получения консультации.

2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Задание 1

Найти общее решение уравнения

$$y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}.$$

Решение. Это однородное уравнение, так как правая часть уравнения есть функция от $\frac{y}{x}$. Полагаем $y = ux$; тогда $u'x + u = e^u + u$ или $e^{-u} du = \frac{dx}{x}$.

Интегрируя, получим

$$e^{-u} = \ln x + \ln C, -u = \ln \ln \frac{C}{x}, \text{ откуда} \\ y = -x \ln \ln \frac{C}{x}.$$

Задание 2 Найти частное решение дифференциального уравнения при следующих начальных условиях.

$$y' - y \operatorname{tg} x = 2x \sec x \quad y(0) = 0.$$

Решение. Данное уравнение является линейным, так как оно содержит искомую функцию y и ее производную y' в первой степени и не содержит их произведений. Применяем подстановку $y = uv$, где u и v некоторые неизвестные функции аргумента x . Если $y = uv$, то $y' = u'v + uv'$ и данное уравнение примет вид $u'v + uv' - uv \operatorname{tg} x = 2x \sec x$,

или

$$v(u' - u \operatorname{tg} x) + uv' = 2x \sec x. \quad (1)$$

Так как искомая функция y представлена в виде произведения двух других неизвестных функций, то одну из них можно выбрать произвольно. Выберем функцию u так, чтобы выражение, стоящее в круглых скобках левой части равенства (1), обращалось в нуль, т.е. выберем функцию u так, чтобы имело место равенство

$$u' - u \operatorname{tg} x = 0 \quad (2)$$

При таком выборе функции u уравнение (1) примет вид

$$uv' = 2x \sec x. \quad (3)$$

Уравнение (2) есть уравнение с разделяющимися переменными относительно u и x . Решим это уравнение:

$$\frac{du}{dx} - u \operatorname{tg} x = 0; \quad \frac{du}{dx} = u \operatorname{tg} x; \quad \frac{du}{u} = \operatorname{tg} x dx;$$

$$\int \frac{du}{u} = \int \operatorname{tg} x dx; \quad \ln u = -\ln |\cos x|, \quad u = \frac{1}{\cos x} = \sec x.$$

Чтобы равенство (2) имело место, достаточно найти одно какое либо частное решение, удовлетворяющее этому уравнению. Поэтому для простоты при интегрировании этого уравнения находим то частное решение, которое соответствует значению произвольной постоянной $C=0$. Подставив в (3) найденное выражение для u , получим:

$$\sec x v' = 2x \sec x;$$

$$v' = 2x;$$

$$\frac{dv}{dx} = 2x;$$

$$dv = 2x dx;$$

Интегрируя, получаем $v = x^2 + C$. Тогда $y = \sec x \cdot (x^2 + C)$ - общее решение данного уравнения

Задание 3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0;$$

Решение: Это уравнение в полных дифференциалах, так как

$$\frac{\partial(3x^2 + 6xy^2)}{\partial y} = \frac{\partial(6x^2y + 4y^3)}{\partial x} = 12xy \quad \text{и следовательно, уравнение имеет вид } dU = 0.$$

$$\text{Здесь } \frac{\partial U}{\partial x} = 3x^2 + 6xy^2 \quad \text{и} \quad \frac{\partial U}{\partial y} = 6x^2y + 4y^3;$$

отсюда

$$U = \int (3x^2 + 6xy^2) dx + \varphi(y) = x^3 + 3x^2y^2 + \varphi(y).$$

Дифференцируя U по y , найдем $\frac{\partial U}{\partial y} = 6x^2y + \varphi'(y) = 6x^2y + 4y^3$ (по условию);

Отсюда $\varphi'(y) = 4y^3$ и $\varphi(y) = y^4 + C_0$. Окончательно получим $U(x, y) = x^3 + 3x^2y^2 + y^4 + C_0$, следовательно $x^3 + 3x^2y^2 + y^4 = C$ есть искомый общий интеграл данного уравнения.

Задание 4. Решить уравнение:

$$(x^2 + 1)y'' = 2xy',$$

Решение: Данное дифференциальное уравнение второго порядка не содержит явно функцию y . Положим $y' = p$, где p - некоторая функция аргумента x . Если $y' = p$, то $y'' = \frac{dp}{dx}$ и данное уравнение примет вид $(x^2 + 1)\frac{dp}{dx} = 2xp$, Мы получили уравнение первого прядка относительно переменных p и x . Решим это уравнение.

$$\frac{dp}{p} = \frac{2x dx}{x^2 + 1}; \quad \ln p = \ln C_1 + \ln(x^2 + 1);$$

$y' = C_1(x^2 + 1)$. Теперь решаем уравнение первого порядка.

$$dy = C_1(x^2 + 1)dx.$$

$$y = C_1 \int (x^2 + 1)dx = C_1 x^3 + C_1 x + C_2$$

Пример 2:Найти частное решение уравнения

$$2y'' = e^{4y}$$

при условии $y = 0, y' = 1/2$ при $x = 0$.

Решение: Данное дифференциальное уравнение второго порядка не содержит явно аргумента x . Положим $y' = p$, где p - некоторая функция переменной y . Если $y' = p$, то $y'' = \frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{dp}{dy} y' = \frac{dp}{dy} p$. Тогда данное уравнение примет вид

$$2 \frac{dp}{dy} p = e^{4y}$$

$$\int 2 p dp = \int e^{4y} dy;$$

$$p^2 = \frac{e^{4y}}{4} + C_1;$$

$$p = \pm \sqrt{\frac{e^{4y}}{4} + C_1},$$

Находим C_1 из условия $y' = p = 1/2$ при $y = 0$

$$\frac{dy}{dx} = \pm \sqrt{\frac{e^{4y}}{4} + C_1}, \text{ или } \frac{dy}{dx} = \pm \sqrt{\frac{e^{4y}}{4} + C_1 + C_1^2},$$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{e^0}{4} + \frac{2 \cdot C_1}{2} + C_1^2}, \quad \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot C_1 + C_1^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + C_1, \quad C_1 = 0.$$

Следовательно,

$$p = \pm \sqrt{\frac{e^{4y}}{4}} = \pm \frac{e^{2y}}{2},$$

$$\frac{dy}{dx} = \pm \frac{e^{2y}}{2},$$

$$e^{-2y} dy = \pm \frac{dx}{2},$$

$$\int e^{-2y} dy = \pm \int \frac{dx}{2},$$

$$\frac{e^{-2y}}{-2} = \pm \frac{x}{2} + C_2.$$

Полагая $y = 0$, $x = 0$ получим $C_2 = \frac{-1}{2}$, откуда $e^{-2y} = -x + 1$ или $e^{-2y} + x = 1$.

Задание 5. Найти общее решение уравнения:

$$y'' - 2y' + y = xe^x.$$

Решение:

Характеристическое уравнение $k^2 - 2k + 1 = 0$ имеет двукратный корень $k = 1$.
Общее решение находим в виде $y_0 = e^{kx}(C_1 + C_2x)$. Следовательно, $y_0 = e^x(C_1 + C_2x)$

Правая часть уравнения имеет вид $f(x) = P(x)e^{ax} = xe^x$. Здесь $P(x) = x$ - многочлен первой степени, $a = 1$. Двукратный корень $k = 1$ совпадает с a . Кратность корня $a = 1$ равна $r = 2$. Частное решение находим в виде $Y = x^2e^x(Ax + B)$. Дифференцируем Y два раза, подставляем в уравнение и приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях x .

$$\begin{aligned} e^x(6Ax + 2B + 3Ax^2 + 2Bx + 3Ax^2 + 2Bx + Ax^3 + Bx^2) \\ - 2e^x(3Ax^2 + 2Bx + Ax^3 + Bx^2) + x^2e^x(Ax + B) = xe^x \\ 6Ax + 2B + 6Ax^2 + 4Bx + Ax^3 + Bx^2 - (6Ax^2 + 4Bx + 2Ax^3 + 2Bx^2) \\ + (Ax^3 + Bx^2) = x \end{aligned}$$

Приводим подобные слагаемые

$$\begin{aligned} 6Ax + 2B + 6Ax^2 + 4Bx + Ax^3 + Bx^2 - (6Ax^2 + 4Bx + 2Ax^3 + 2Bx^2) \\ + (Ax^3 + Bx^2) = x \end{aligned}$$

$$6Ax + 2B = x,$$

$$6A = 1, A = 1/6, 2B = 0, B = 0. Y = x^2e^x\left(\frac{1}{6}x + 0\right) = \frac{1}{6}x^3e^x.$$

Общее решение запишется в виде:

$$y = y_0 + Y = e^x(C_1 + C_2x) + \frac{1}{6}x^3e^x.$$

Пример: Найти общее решение уравнения $y'' + y = 3\sin x$.

Решение: Характеристическое уравнение $k^2 + 1 = 0$ имеет корни $k_{1,2} = \pm i$, а поэтому общее решение однородного уравнения есть $y_0 = C_1\cos x + C_2\sin x$.
Правая часть уравнения имеет вид $f(x) = e^{\alpha x}(P_n(x)\cos\beta x + Q_m(x)\sin\beta x) = 3\sin x$.
Отсюда следует, что $\alpha = 0$, $\beta = 1$. $\alpha + \beta i = i$ является простым корнем характеристического уравнения. $P_n(x) = 0, n = 0. Q_m(x) = 3, m = 0$

Частное решение следует искать в виде $Y = x(A\cos x + B\sin x)$.

Дифференцируем это выражение два и подставляем в исходное уравнение:

$$\begin{array}{l|l} 1 & Y = (A\cos x + B\sin x)x \\ + 0 & Y' = (-A\sin x + B\cos x)x + (A\cos x + B\sin x) \\ 1 & Y'' = 2(-A\sin x + B\cos x) + (-A\cos x - B\sin x)x \end{array}$$

$$Y'' + Y = -2A\sin x + 2B\cos x \equiv 3\sin x$$

$$\text{Отсюда } -2A = 3, 2B = 0, \text{ т.е. } A = -\frac{3}{2}, B = 0.$$

Следовательно, общим решением исходного уравнения является

$$y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \frac{3}{2} x \cos x$$

3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Задание 1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

$$1. y' = \frac{x}{e^{x+3y}};$$

$$2. y' \sin x = y \cdot \ln y;$$

$$3. y' = (2x-1) \cdot \operatorname{ctg} y;$$

$$4. \frac{\operatorname{tgy}}{\cos^2 x} dx + \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 y} dy = 0;$$

$$5. (1+e^x)y \cdot dy - e^x dx = 0;$$

$$6. (y^2 + 3)dx - \frac{e^x}{x} y dx = 0;$$

$$7. \sin y \cdot \cos x dy = \cos y \sin x dx;$$

$$8. y' = (2y+1) \operatorname{tg} x;$$

$$9. (1+e^x) \cdot y \cdot y' = e^x;$$

$$10. \sin x \operatorname{tg} y dx - \frac{dy}{\sin x} = 0;$$

$$11. 3e^x \sin y dx + (1-e^x) \cos y dy = 0;$$

$$12. y' = \frac{e^{2x}}{\ln y};$$

$$13. 3^{x^2+y} dy + x dx = 0;$$

$$14. y' = e^{x^2} \cdot x(1+y^2);$$

$$15. \operatorname{ctg} x \cdot \cos^2 y dx + \sin^2 x \operatorname{tg} y dy = 0$$

$$16. \sin x \cdot y' = y \cos x + 2 \cos x;$$

$$17. y' \cdot \operatorname{ctg} x + y = 2;$$

$$18. y' = \frac{y^2}{x^2} + 4 \frac{y}{x} + 2;$$

$$19. xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2};$$

$$20. y' = \frac{x+y}{x-y};$$

$$21. x \cdot y' = \sqrt{x^2 + y^2} + y;$$

$$22. 2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6 \frac{y}{x} + 3;$$

$$23. xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y;$$

$$24. y' = \frac{x+2y}{2x-y};$$

$$25. x \cdot y' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y;$$

$$26. 3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8 \frac{y}{x} + 4;$$

$$27. xy' = \frac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2};$$

$$28. y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy};$$

$$29. y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy};$$

$$30. xy' = 3\sqrt{2x^2 + y} + y;$$

Задание 2. Найти частное решение дифференциального уравнения при следующих начальных условиях.

1. $y' - \frac{y}{x} = x^2$; $y(1) = 0$;
2. $y' - y \cdot \operatorname{ctgx} = 2x \cdot \sin x$;
- $y(\frac{\pi}{2}) = 0$;
3. $y' + y \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$; $y(0) = 0$;
4. $y' + y \cdot \operatorname{tg} x = \cos^2 x$;
- $y(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$;
5. $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x$; $y(-1) = \frac{3}{2}$;
6. $y' - \frac{y}{x+1} = e^x (x+1)$;
- $y(0) = 1$;
7. $y' - \frac{y}{x} = x \cdot \sin x$; $y(\frac{\pi}{2}) = 1$;
8. $y' + \frac{y}{x} = \sin x$;
- $y(\pi) = \frac{1}{\pi}$;
9. $y' + \frac{y}{2x} = x^2$; $y(1) = 1$;
10. $y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{2x^2}{1+x^2}$;
- $y(0) = \frac{2}{3}$;
11. $y' - \frac{2x-5}{x^2} \cdot y = 5$; $y(2) = 4$;
12. $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x$;
- $y(1) = e$;
13. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$; $y(1) = 4$;
14. $y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}$;
- $y(1) = 1$;
15. $y' + \frac{2}{x} y = x^3$; $y(1) = -\frac{5}{6}$;
16. $y' + \frac{y}{x} = 3x$;
- $y(1) = 1$;
17. $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1 + x^2$; $y(1) = 3$;
18. $y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 1$;
- $y(1) = 1$;
19. $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2x}{x^3}$; $y(1) = 1$;
20. $y' + 2xy = -2x^3$;
- $y(1) = e^{-1}$;
21. $y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}$; $y(0) = \frac{2}{3}$;
22. $x \cdot y' + y = -x \cdot e^{-x^2}$;
- $y(1) = \frac{1}{2e}$;
23. $x \cdot y' + (x+1)y = 3x^2 e^{-x}$; $y(1) = 0$;
24. $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3$;
- $y(0) = 0$;

$$\begin{array}{lll}
25. y' + y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}; & y(0) = 0; & 26. xy' - 2y = 2x^4; \\
y(1) = 0; & & \\
27. y' = 2x(x^2 + y); & y(0) = 0; & 28. y' - y = e^x; \\
y(0) = 1; & & \\
29. xy' + (x+1)y = 3x^2 \cdot e^{-x}; y(1) = 0; & 30. x^2 y' + xy + 1 = 0; &
\end{array}$$

Задание 3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$\begin{array}{ll}
1. 3x^2 e^y \cdot dx + (x^3 y^y - 1) \cdot dy = 0; & 2. (3x^2 + \frac{2}{y} \cdot \cos \frac{2x}{y}) \cdot dx - \frac{2x}{y^2} \cdot \cos \frac{2x}{y^2} \cdot \cos \frac{2x}{y} \cdot dy = 0 \\
3. (3x^2 \cdot 4y^2) \cdot dx + (8xy + e^y) \cdot dy = 0 & 4. (2x - 1 - \frac{y}{x^2}) \cdot dx - (2y - \frac{1}{x}) \cdot dy = 0 \\
5. (y^2 + \frac{y}{\cos^2 x}) \cdot dx + (2x + \operatorname{tg} x) \cdot dy = 0 & 6. (3x^2 y + 2y + 3) \cdot dx + (x^3 + 2x + 3y^2) \cdot dy = 0 \\
7. (\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \cdot dx + (\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2}) \cdot dy = 0 & \\
8. [\sin 2x - 2 \cos(x + y)] \cdot dx - 2 \cos(x + y) \cdot dy = 0 & \\
9. (xy^2 + \frac{x}{y^2}) \cdot dx + (x^2 y - \frac{x^2}{y^3}) \cdot dy = 0 & \\
10. (\frac{1}{x^2} + \frac{x}{y^2}) \cdot dx - \frac{2y}{x^3} \cdot dy = 0 & 11. \frac{y}{x^2} \cdot \cos \frac{y}{x} \cdot dx - (\frac{1}{x} \cdot \cos \frac{y}{x} + 2y) \cdot dy = 0 \\
12. \frac{y}{x^2} \cdot dx - \frac{xy+1}{x} dx = 0 & 13. (\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y) \cdot dx + (x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}) \cdot dy = 0 \\
14. \frac{1+xy}{x^2 y} \cdot dx + \frac{1-xy}{xy^2} \cdot dy = 0 & 15. (xe^x + \frac{y}{x^2}) \cdot dx - \frac{1}{x} \cdot dy = 0 \\
16. \frac{dx}{y} - \frac{x+y^2}{y^2} \cdot dy = 0 & 17. (10xy - \frac{1}{\sin y}) \cdot dy + (5x^2 + \frac{\cos y}{\sin^2 y} \cdot x) dy = 0 \\
18. (\frac{y}{x^2 + y^2} + e^x) \cdot dx - \frac{xdy}{x^2 + y^2} = 0 & 19. e^y \cdot dx + (\cos y + xe^y) \cdot dy = 0 \\
20. (y^3 + \cos x) \cdot dx + (3xy^2 + e^y) \cdot dy = 0 & 21. xe^{y^2} \cdot dx + (x^2 ye^{y^2} + \operatorname{tg}^2 y) \cdot dy = 0 \\
22. (y + \frac{2}{x^2}) dx + (x - \frac{3}{y^2}) dy = 0; & 23. \frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0; \\
24. (10xy - 8y + 1) dx + (5x^2 - 8x + 3) dx = 0 & \\
25. 2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y) dy = 0; & \\
26. (\sin y - y \sin x + \frac{1}{x}) dx = (x \cos y + \cos x - \frac{1}{y}) dy = 0; & \\
27. (2x - ye^{-x}) dx + e^{-x} dy = 0; & 28. e^{-y} dx - (2y + xe^{-y}) dy = 0;
\end{array}$$

$$29. \frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx - \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0; \quad 30. 2x(1 + \sqrt{x^2 - y}) dx - \sqrt{x^2 - y} dy = 0;$$

Задание 4. Найти общее решение дифференциального уравнения.

1. $y''' \cdot x \ln x = y''$
2. $xy''' + y'' = 1$
3. $2xy''' = y''$
4. $xy''' + y'' = x + 1$
5. $\operatorname{tg} x \cdot y'' - y' + \frac{1}{\sin x} = 0$
6. $x^2 y'' + x \cdot y' = 1$
7. $y''' \cdot \operatorname{ctg} 2x + 2y'' = 0$
8. $x^3 y''' + x^2 y'' = 1$
9. $\operatorname{tg} x \cdot y''' = 2y''$
10. $xy''' + 2y'' = 0$
11. $x^4 y'' + x^3 y' = 1$
12. $(I + x^2)y'' + 2xy' = x^3$
13. $xy''' - y'' + \frac{1}{x} = 0$
14. $xy''' - y'' + x = 0$
15. $y''' \cdot \operatorname{tg} x = y'' + 1$
16. $y''' \cdot \operatorname{tg} 5x = 5y''$
17. $x^5 \cdot y''' + x^4 y'' = 1$
18. $xy''' + y'' + x^4 y' = 1$
19. $x^3 y''' + x^2 y'' = \sqrt{x}$
20. $(1 + \sin x)y''' = \cos xy''$
21. $-xy''' + 2y'' = \frac{2}{x^2}$
22. $xy'' - y' - x^2 = 0$
23. $y'' - y' \operatorname{ctg} x = \sin x$
24. $xy'' - 2y' = 2x^4$
25. $xy'' = \ln x + 1$
26. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \cos x$
27. $x^3 y'' = 4 \ln x$
28. $y'' - e^y y' = 0$
29. $(y - 2)y'' = 2(y')^2$
30. $y^3 y'' = 3$

Задание 5. Найти общее решение дифференциального уравнения.

1. $y'' + y' = 2x - 1$
2. $y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x} \cos 2x$
3. $y'' - 2y' - 8y = 12 \sin 2x - 36 \cos 2x$
4. $y'' - 12y' + 36y = 14e^{6x}$
5. $y'' - 3y' + 2y = (34 - 12x)e^{-x}$
6. $y'' - 6y' + 10y = 51e^{-x}$
7. $y'' + y = 2 \cos x - 4 \sin x$
8. $y'' - 3y' + 2y = 3 \cos x + 19 \sin x$
9. $y'' + 6y' + 9y = (48x + 8)e^x$
10. $y'' + 5y' = 72e^{2x}$
11. $y'' - 5y' - 6y = 3 \cos x + 19 \sin x$
12. $y'' + 8y' + 25y = 18e^{5x}$
13. $y'' - 9y' + 20y = 126e^{-2x}$
14. $y'' + 36y = 36 + 66x - 36x^3$
15. $y'' + y = -4 \cos x - 2 \sin x$
16. $y'' + 2y' - 24y = 6 \cos 3x - 33 \sin 3x$
17. $y'' + 6y' + 13y = -75 \sin 2x$
18. $y'' + 5y' = 39 \cos 3x - 105 \sin 3x$
19. $y'' + 6y' + 10y = 74e^{3x}$
20. $y'' + 2y' = 4e^x (\sin x + \cos x)$
21. $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 6x$
22. $y'' + 2y' = -2e^x (\sin x + \cos x)$
23. $y'' + y' = 2 \cos 7x + 3 \sin 7x$
24. $y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x$
25. $y'' - 4y' + 3y = e^x (5 \sin x - 3 \cos x)$
26. $y'' + 4y' + 4y = e^{2x} \sin 3x$
27. $y'' + 6y' + 13y = e^{-x} \cos 4x$
28. $y'' + 2y' + 5y = -17 \sin 2x$

$$29. y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 5x;$$

$$30. y'' + 2y' = 6e^x (\sin + \cos x);$$

4. КРИТЕРИЙ ОЦЕНКИ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Отметка «**отлично**»—задание выполнено в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Отметка «**хорошо**»—задание выполнено правильно с учетом 1-2 мелких погрешностей или 2-3 недочетов, исправленных самостоятельно по требованию преподавателя.

Отметка «**удовлетворительно**»—задание выполнено правильно не менее чем наполовину, допущены 1-2 погрешности или одна грубая ошибка.

Отметка «**неудовлетворительно**»— допущены две (и более) грубые ошибки в ходе работы, которые обучающийся не может исправить даже по требованию преподавателя или задание не решено полностью.

5. ЛИТЕРАТУРА

а) основная литература (библиотека СГАУ)

1. **Шипачев, В. С.** Курс высшей математики : учебник для вузов / Под ред. А. Н. Тихонова. - 3-е изд., испр. - М. : ОНИКС, 2007. - 600 с. : ил.

2. **Шипачев, В. С.** Высшая математика : учебник / В. С. Шипачев. - 8-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2007. - 479 с. - ISBN 5-06-003959-5

3. **Пантелеев, А. В.** Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - 3-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2008. - 544 с. - (Прикладная математика для вузов). - ISBN 978-5-06-004137

4. **Виленкин, И. В.** Высшая математика: линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисление [Текст] : учебное пособие / И. В. Виленкин, В. М. Гробер. - 6-е изд. - Ростов н/Д. : Феникс, 2011. - 414 с. : ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-222-18236-9

5. **Хвалько Т. А.** Высшая математика (решение типовых задач. Часть 1.) / Хвалько Т. А. - Балашов : [б. и.], 2009. - (учебное пособие для студентов 1 курса инженерно-технических специальностей). - Б. ц.

6. **Шипачев, В. С.** Задачник по высшей математике : учебное пособие / В. С. Шипачев. - 8-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2008. - 304 с. : ил. - ISBN 978-5-06-003575-9 : 369.60 р.

7. **Тыртышников, Е. Е.** Матричный анализ и линейная алгебра : учебное пособие / Е. Е. Тыртышников. - М. : Физматлит, 2007. - 480 с. - ISBN 978-5-9221-0778-5

8. **Самарский, А. А.** Введение в численные методы : учебное пособие для вузов / А. А. Самарский. - 5-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 288 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0602-9

б) дополнительная литература

1. **Красс, М. С.** Математика для экономистов : учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с. - (Учебное пособие). - ISBN 978-5-94723-672-9
 2. **Камышова, Г. Н.** Математический анализ : учебное пособие / Г. Н. Камышова, С. В. Чумакова, Н. Н. Терехова ; ФГБОУ ВПО СГАУ. - Саратов : Научная книга, 2012. - 87 с. - ISBN 978-5-97-58-14-30-2
 3. **Кириллова, Т. В.** Математические методы в экономике : учебное пособие / Т. В. Кириллова, И. С. Вельдяева, Н. А. Цолан. - Саратов : ФГБОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2012. - 51 с.
 4. **Баранова, Е. К.** Практическое пособие по высшей математике. Типовые расчеты : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям 550000 "Технические науки", 650000 "Техника и технологии" / Е. К. Баранова. - 2-е изд. - СПб. : Питер, 2013. - 400 с. : ил. - ISBN 978-5-496-00012-3
 5. **Хучраева, Т. С.** Высшая математика : учебное пособие / Т. С. Хучраева, А. А. Смоленинов, Т. В. Кириллова. - Саратов : ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2008. - 156 с. - ISBN 978-5-7011-0559-9
 6. **Степанов, В. В.** Математика : сб. заданий и упражнений для вып. контрольных работ студ. инженерно-тех. спец. с.-х. вузов / сост. В. В. Степанов, В. Н. Опрышко, Ю. В. Лажаунинкас. - Саратов : ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ", 2010. - 128 с.
 7. **Степанов, В. В.** Математика [Текст] : сборник заданий и упражнений / В. В. Степанов, В.Н. Опрышко, Ю.В.Лажаунинкас; ФГОУ ВПО "Саратовский ГАУ" . - Саратов : [б. и.], 2010. - 128 с. - ISBN 978-5-91879-060-1
- в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы: Rambler, Yandex, Google:
- www.Math-Net.ru – имеется свободный доступ (по истечении 3-х лет со дня публикации) к математическим журналам Отделения Математики РАН,
 - <http://en.wikipedia.ru> – созданная пользователями интернет-энциклопедия,
 - <http://mathworld.wolfram.com> – краткие энциклопедические статьи по математике,
 - <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk> – статьи по истории математики.
 - Электронная библиотека СГАУ- <http://library.sgau.ru>